

تمرینهای ماده چگال 2 سری اول

(مهلت تحویل ۲ آبان ۱۳۹۰)

1- یک زنجیره خطی از جرم‌های یکسان را در نظر بگیرید. این جرمها با فنرهای که ثابت نیروی آنها یک در میان k و G است به هم متصل شده اند.

(الف) رابطه پاشندگی و همچنین چگالی حالت ها را برای هر یک از شاخه های نوسانی بدست آورید.

(ب) پاشندگی را برای طول موج های بلند بررسی کنید.

2- یک بلور مکعبی شامل اتم‌های یکسان است با در نظر گرفتن برهمکنش نزدیکترین همسایه ها ماتریس دینامیکی بلور را به دست آورید.

(ماتریس دینامیکی $D_{\mu\nu} = \delta_{RR'} \sum_{R''} \varphi_{\mu\nu}(R - R'') - \varphi_{\mu\nu}(R - R')$ که در آن φ به عنوان مثال پتانسیل لرنارد جونز است.)

3- الف) نشان دهید رابطه چگالی مدهای نرمال در تقریب دیبای

$$g(\omega) = \sum_s \int \frac{dk}{(2\pi)^3} \delta(\omega - \omega_s(k))$$

منجر به رفتار فرکانس پائین برای $g(\omega)$ یعنی

$$g(\omega) = \frac{3\omega^2}{2\pi^2 c^3} \quad \omega < \omega_D$$

$$= 0 \quad \omega > \omega_D$$

می شود که در آن سرعت c به صورت زیر است.

$$\frac{1}{c^3} = \frac{1}{3} \sum_s \int \frac{d\Omega}{4\pi} \frac{1}{c(\vec{k})^3}$$

(ب) نشان دهید در بلور هارمونیک d بعدی چگالی مدهای نرمال در محدوده فرکانسهای پائین به صورت ω^{d-1} می باشد.

4- گرمای ویژه بلور در دماهای بالا:

گرمای ویژه بلور (در تقریب هارمونیک) را می توان به صورت $c_v = c_v^0 + \Delta c_v$ بدست آورید. (جمله اول مقداری ثابت می باشد).

ونشان دهید در محدوده دمای بالا رابطه

$$\frac{\Delta c_v}{c_v^0} = -\frac{\hbar^2}{12(k_B T)^2} \frac{1}{3N} \sum \omega_s(k)^2$$

$$\frac{\Delta c_v}{c_v^0} = -\frac{1}{12} \frac{\int d\omega g(\omega) (\beta \hbar \omega)^3}{\int d\omega g(\omega)}$$

را می‌توان به صورت زیر نوشت.