

تمرینهای ماده چگال ۲ سری دوم

(مهلت تحویل: ۲۱ آبان ۱۳۹۰)

۱- یک سیستم یک بعدی از ذرات بوزونی با هامیلتونی زیر را در نظر بگیرید.

$$H = \hbar\omega(a^+a + \frac{1}{2}) + \hbar\omega_0(a^+ + a)$$

هامیلتونی H را با تعریف عملگر $\alpha = a + \frac{\omega_0}{\omega}a^+$ قطری کنید و ویژه مقادیر آنرا تعیین کنید.

۲- یک گاز بوزونی شامل ذرات غیر برهمکنشی با جرم m که دارای یک درجه آزادی است را در نظر بگیرید. فرض کنید بوزونها دارای دو تراز اتمی میباشند. بوزونها در حالت پایه دارای انرژی $E_0 = \frac{P^2}{2m}$ ، و در حالت برانگیخته دارای انرژی $E_1 = E_0 + \Delta$ میباشند که Δ انرژی برانگیختگی است. با فرض $\Delta \gg K_B T$ دمای گذار چگالش بوز انیشتن را محاسبه کنید.

۳- الف) در تله اندازی و سرمایه اتمها به روش لیزری، اتمها در ناحیه ای از فضا جایگزیده میشوند که انرژی آنها بوسیله انرژی زمین $V(x) = g\mu_B JB(x)$ که ناشی از برهمکنش اسپین اتمها و میدان خارجی است تعیین میشود. انرژی زمین را میتوان به صورت زیر نوشت

$$V(x) = \frac{m}{2}(\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2)$$

نشان دهید کسری از بوزونهای چگالیده، با رابطه زیر داده میشود.

$$\frac{N_0(T)}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)$$

$$(K_B T_c = \hbar\tilde{\omega}\left(\frac{N}{\zeta_3}\right)^{\frac{1}{3}}; \zeta_3 = \frac{1}{2} \int dx \frac{x^2}{e^x - 1}; \tilde{\omega} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{\frac{1}{3}})$$

ب) نشان دهید برای گاز بوزونی دو بعدی چگالش بوز انیشتن رخ نمیدهد. اما با انتخاب پتانسیل خارجی مناسب (پتانسیل هارمونیک) چگالش بوز انیشتن در هر بعدی رخ میدهد.

۴- با استفاده از نظریه موج اسپینی ظرفیت گرمایی در دمای پائین را برای یک فرومغناطیس سه بعدی محاسبه کنید.