

تمرین‌های سری دوم مکانیک کوانتومی ۱

(مهلت تحویل: ۱۶ مهر ۱۳۹۱)

۱- (اتحاد ژاکوبی) - برای سه عملگر A, B, C ، ثابت کنید

$$[A, [B, C]] + [B, [C, A]] + [C, [A, B]] = 0.$$

۲- فضای کتی را در نظر بگیرید که از ویژه‌کت‌های $\{|a'\rangle\}$ یک عملگر هرمیتی مثل A ساخته شده است و هیچ تبهگنی‌ای وجود ندارد.

الف- ثابت کنید عملگر زیر

$$\prod_{a'} (A - a')$$

عملگر پوچ است.

ب- عملگر زیر چه مفهوم فیزیکی را بیان می‌کند؟

$$\prod_{a'' \neq a'} \frac{(A - a'')}{a' - a''}$$

پ- با در نظر گرفتن عملگر S_z در یک سیستم اسپین $\frac{1}{2}$ به جای A روابط بالا را بدست آورید.

۳- (قطری کردن) - نمایش ماتریسی یک عملگر به صورت زیر است.

$$\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

آنگاه نمایش ماتریسی عملگر $e^{i\alpha\sigma_y}$ را به دست آورید.

۴- سیستمی با اسپین $1/2$ در ویژه حالت $(\vec{S} \cdot \hat{n}, +)$ قرار دارد که \hat{n} بردار یکه‌ای در صفحه xz است و با جهت مثبت محور z زاویه θ می‌سازد.

الف- ویژه حالت ذکر شده را بر حسب بردارهای پایه عملگر S_z بنویسید.

ب- اگر S_x این سیستم اندازه‌گیری شود، احتمال به دست آوردن مقدار $-\frac{\hbar}{2}$ چقدر است؟

رسول‌خانی