

## تمرین‌های سری سوم مکانیک کوانتومی ۱

( مهلت تحویل: ۳۰ مهر ۱۳۹۱ )

۱- سیستمی  $N$  حالته فرض کنید که عملگرهای غیرهرمیتی  $a_+$  و  $a_-$  روی ویژه‌کت‌های این سیستم به صورت زیر عمل می‌کنند.

$$\hat{a}_+|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle \quad , n = 0, 1, \dots, N-2;$$

$$\hat{a}_+|N-1\rangle = 0.$$

$$\hat{a}_-|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle \quad , n = 1, 2, \dots, N-1;$$

$$\hat{a}_-|0\rangle = 0.$$

الف- ثابت کنید کت  $|z\rangle = e^{z\hat{a}_+}|0\rangle$ ، ویژه‌کت عملگر  $\hat{a}_-$  است. ویژه‌مقدار متناظر آن چیست؟

ب- اثر عملگر  $\hat{a}_+$  را نیز روی کت  $|z\rangle$  بررسی کنید. (توجه کنید که  $z$  مختلط است).

پ- با استفاده از نتایج قسمت‌های الف و ب کمیت  $\Delta\hat{x}\Delta\hat{p}$  را برای کت  $|z\rangle$  بدست آورید. (راهنمایی:  $\hat{x}$

و  $\hat{p}$  را به ترتیب  $x_0(\hat{a}_+ + \hat{a}_-)$  و  $ip_0(\hat{a}_+ - \hat{a}_-)$  در نظر بگیرید. که در آنها  $x_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}}$  و  $p_0 = \sqrt{\frac{m\omega\hbar}{2}}$ .)

۲- باریکه‌ای از ذرات با اسپین  $\frac{1}{2}$  از سه دستگاه اشترن-گراخ عبور می‌کنند. دستگاه اول ذرات دارای  $s_z = \frac{\hbar}{2}$  را عبور می‌دهد و  $s_z = -\frac{\hbar}{2}$  را سد می‌کند. دستگاه دوم ذرات دارای  $s_{\hat{n}} = \frac{\hbar}{2}$  را عبور می‌دهد و  $s_{\hat{n}} = -\frac{\hbar}{2}$  را سد می‌کند. دستگاه سوم ذرات دارای  $s_{\hat{m}} = \frac{\hbar}{2}$  را عبور می‌دهد و  $s_{\hat{m}} = -\frac{\hbar}{2}$  را سد می‌کند که  $\hat{n} = \frac{1}{\sqrt{3}}\hat{e}_x + \sqrt{\frac{2}{3}}\hat{e}_y$  و  $\hat{m} = \frac{1}{\sqrt{3}}(\hat{e}_y + \hat{e}_z)$ . اگر شدت باریکه‌ای که از دستگاه اول می‌گذرد  $I$  باشد، شدت باریکه خروجی از دستگاه سوم چقدر است؟

۳- مسئله ۲۹ کتاب کوانتوم پیشرفته ساکورایی (ترجمه).

۴- مسئله ۳۳ کتاب کوانتوم پیشرفته ساکورایی (ترجمه).

موفق باشید.