تمرین‌های سری ششم مکانیک کوانتومی ۱

(مهلت تحویل: ۱۲ آذر ۱۳۹۱)

۱- توالی دوران‌های اویلر را در نظر بگیرید که به صورت زیرتعریف می‌شود.

$$D^{1/2}(\alpha,\beta,\gamma) = exp(\frac{-i\sigma_3\alpha}{2})exp(\frac{-i\sigma_2\beta}{2})exp(\frac{-i\sigma_3\gamma}{2})$$
$$= \begin{pmatrix} e^{-i(\alpha+\gamma)/2}cos\frac{\beta}{2} & -e^{-i(\alpha-\gamma)/2}sin\frac{\beta}{2} \\ e^{i(\alpha-\gamma)/2}sin\frac{\beta}{2} & e^{i(\alpha+\gamma)/2}cos\frac{\beta}{2} \end{pmatrix}$$

به علت ویژگی‌های گروه دوران، انتظار داریم که این توالیِ عملگرها معادل با تنها یک دوران حول محوری به اندازه ϕ باشد. ϕ را پیدا کنید.

۲- آنسامبلی آمیخته از اسپین های $\frac{1}{2}$ به صورت ۶۰درصد، $|s_z,+\rangle$ و ۴۰ درصد،$|s_z,-\rangle$ است. ماتریس چگالی را در زمان $t=0$ بدست آورید. سپس فرض کنید که این آنسامبل در یک میدان مغناطیسی در جهت y قرار می‌گیرد؛ یعنی هامیلتونی برابر با $H=\mu Bs_y$ است. در آن صورت ماتریس چگالی $\rho(t)$ و $\langle s_z(t)\rangle$ در زمان $t>0$ چگونه است؟

۳- ویژه‌حالت یک تکانه زاویه‌ای $|j,m=m_{max}=j\rangle$ با زاویه خیلی کوچک ε حول محور y دوران می‌یابد. بدون استفاده از شکل(فرم) تابع $d^j_{m'm}$، عبارتی بر حسب توان‌های ϵ تا مرتبه ε^2 بدست آورید که احتمال پیدا کردن آن را در حالت اولیه ارائه دهد.

۴- عناصر ماتریسی $D^{(1)}(\alpha,0,0)$ را محاسبه کنید. رابطه مربوط به α های خیلی کوچک را بدست آورید. (راهنمایی: از نتایج مسئله ۲۲ کتاب استفاده کنید.)

موفق باشید.