

تمرینهای فیزیک بس ذره‌ای ۱ (سری دوم)
 زمستان ۱۳۹۵
 (آخرین مهلت تحویل ۱۶ بهمن ۱۳۹۵)

۱. در محاسبات مربوط به انرژی تبدلی در گاز الکترونی، غالباً با جمله‌ای همچون

$$\frac{1}{N} \sum_{\vec{k}, \sigma} n_{\vec{k}-\vec{q}, \sigma} n_{\vec{k}, \sigma}$$

روبرو می‌شویم، که در آن تابع توزیع فرمی-دیراک است. این عبارت را در یک، دو، و سه بعد، و در دمای صفر کلونین محاسبه کنید.

۲. گاز الکترونی دو بعدی سیستمی است که الکترونها در آن در یکی از سه راستای فضایی کاملاً محصور شده، ولی در دو راستای دیگر آزادانه میتوانند حرکت کنند.

الف) رابطه بین بردار موج فرمی k_F و چگالی دو بعدی الکترونها n را برای این سیستم بدست بیاورید.

ب) انرژی جنبشی بر الکترون را محاسبه کنید.

ج) خواص ترمودینامیکی (فشار P ، پتانسیل شیمایی μ ، و تراکم پذیری K) را با استفاده از انرژی بدست آمده در بخش قبل محاسبه کنید. این کمیت‌ها بصورت

$$\frac{P}{n} = -\frac{1}{n} \left(\frac{\partial E}{\partial V} \right)_N = n \frac{\partial \epsilon}{\partial n},$$

$$\mu = \left(\frac{\partial E}{\partial N} \right)_V = \frac{\partial(n\epsilon)}{\partial n},$$

و

$$\frac{1}{nK} = -\frac{V}{n} \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_N = \frac{\partial P}{\partial n},$$

تعریف می‌شوند. که در آن E انرژی کل سیستم، V حجم سیستم و ϵ انرژی بر ذره است.

د) بکمک اختلال مرتبه اول، تصحیح ناشی از برهمکنش بین الکترونها بر انرژی حالت پایه را محاسبه کنید. توجه داشته باشید که $v_{2D}(\vec{q}) = 2\pi e^2/|q|$ تبدیل فوریه برهمکنش کولنی در دو بعد است.

ه) اثر برهمکنش بین ذرات بر خواص ترمودینامیکی را بررسی کنید.

۳. در مسئله قبل، فرض کرده بودیم که سیستم الکترونی فاقد قطبش اسپینی است: یعنی تعداد الکترونها با اسپین بالا و پایین با هم برابر است. حال گاز الکترونی دو بعدی با چگالی کل الکترونها $n = n_{\uparrow} + n_{\downarrow}$ و قطبش اسپینی $p = (n_{\uparrow} - n_{\downarrow})/n$ در نظر بگیرید.

الف) انرژی حالت پایه (بدون برهمکنش) این سیستم را برحسب چگالی کل n و قطبش اسپینی p بدست بیاورید.

ب) اثر برهمکنش بین الکترونها بر انرژی حالت پایه را در اختلال مرتبه اول محاسبه کنید.

ج) نشان دهید که برای سیستم بدون برهمکنش، حالت پایه پارامغناطیسی است: یعنی برای تعداد ثابت الکترونها، قطبش اسپینی صفر انرژی کمتری دارد. بررسی کنید که آیا افزودن اثر برهمکنش بین ذرات، امکان قطبش اسپینی غیر صفر در حالت پایه را میدهد؟ اگر جواب مثبت است، در چه چگالی (r_s) ای؟