

دینامیک مواد دانه‌ای در پکیدگی‌های دوبعدی تحت برش ساده

عرفانی فام، مهران¹؛ ملکی، مانیا¹؛ شعبانی، محمدرضا²؛

¹دانشکده فیزیک، دانشگاه تحصیلات تکمیلی در علوم پایه زنجان، بلوار پروفیسور ثبوتی، زنجان
²دانشکده فیزیک نظری، دانشگاه زارلند، زاربروکن، آلمان

چکیده

در این تحقیق ما تغییر شکل مواد دانه‌ای را در آزمایش‌های برشی ساده دوبعدی، در حالت خشک مطالعه می‌کنیم. هدف ما این است که روشن کنیم که چگونه جابجایی‌های ناهمبسته‌ی دانه‌ها به کرنش برشی و کسر پکیدگی بستگی دارد. در آزمایش از دانه‌های استوانه‌ای توخالی فولادی استفاده می‌شود و مطالعه به رژیم خشک محدود می‌شود. برش نوسانی ساده با حرکت دادن دیواره‌های محدود کننده‌ی جانبی و همچنین نوارهای باریک موازی زیر دانه‌ها اعمال می‌شود. حرکات حاصل از دانه‌ها توسط دوربین ثبت می‌شود و میدان جابجایی با استفاده از روش ردیابی ذرات استخراج می‌شود. در مرحله بعد، سهم تغییر شکل ماکروسکوپی برای بدست آوردن میدان جابجایی ناهمبسته کم می‌شود. ما نشان می‌دهیم که چگونه حرکات ناهمبسته با افزایش کرنش برشی اعمال شده در پکیدگی بخش‌های مختلف تکامل می‌یابند و سهم آن‌ها را در سیستم‌های دانه‌ای خشک مقایسه می‌کنیم.

Dynamics of dry granular materials in two-dimensional packings under simple shear

Erfanifam, Mehran¹; Maleki, Maniya¹; Shaebani, M. Reza²;

¹ Department of Physics, Institute for Advanced Studies in Basic Sciences (IASBS), Zanjan, Iran

² Department of Theoretical Physics, Saarland University, Saarbrücken, Germany

Abstract

We study the deformation of dry granular materials in two-dimensional systems under simple shear. Our goal is to clarify how non-affine displacements of grains depend on key parameters such as shear strain and packing fraction. Steel hollow cylindrical grains are used and the study is limited to dry regime. The simple oscillatory shear is applied by moving the lateral confining walls as well as the parallel narrow stripes underneath the grains. The resulting movements of grains are recorded by camera and the displacement field is extracted using a particle tracking method. Next, the contribution of the macroscopic deformation is subtracted to obtain the non-affine displacement field. We study how non-affine motions evolve with increasing the applied shear strain and compare their contribution to affine deformations in dry granular systems.

مقدمه

استوانه‌ای در حال چرخش با دور کند قرار می‌گیرند و توسط آن زوایای واهلش و بهمن به عنوان اندازه‌گیری سختی ماده ثبت می‌شود. این نوع آزمایش‌ها محدود به بررسی مواد نسبتاً ضعیف و نافرده است و امکان مطالعه‌ی مواد با سختی زیاد را نمی‌دهد (۵و۴).

برخی از نتایج آزمایشگاهی ممکن است توسط یک مدل ساده با فرض دانه‌های بدون اصطکاکِ کروی شکل با یک برهمکنش جاذب بین دانه‌های همسایه محاسبه شود. با این وجود، فرض وجود نیروهای جاذب در بسیاری از سیستم‌های دانه‌ای برقرار نیست. شن خشک می‌تواند از داخل روزنه‌ی یک ساعت شنی به

فیزیک دور از تعادل سامانه‌های دانه‌ای و پدیده‌هایی که در آن‌ها به وجود می‌آیند همواره مورد توجه بوده است. ویژگی‌های مواد دانه‌ای از اهمیت بالایی برای مهندسان برخوردار است و تخمین زده می‌شود که حدود 10 درصد از کل انرژی مصرفی روی زمین صرف استفاده یا کنترل مواد دانه‌ای می‌شود. علی‌رغم علاقه‌ی زیاد دانشمندان و مهندسان، هنوز ویژگی‌های سامانه‌های دانه‌ای کاملاً درک نشده است (۱و۲و۳).

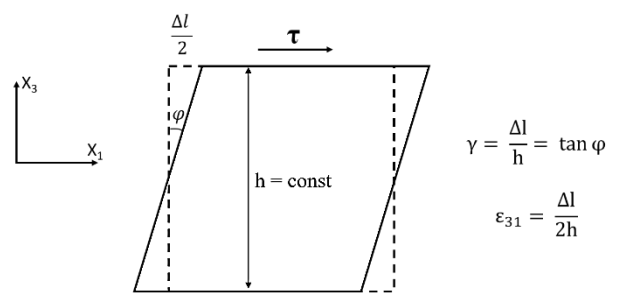
یکی از ابزارهای مورد علاقه برای مطالعه‌ی چنین سامانه‌های دانه‌ای، آزمایش استوانه‌ی چرخان است، جایی که مواد در یک

آرامی و سهولت عبور کند یا به صورت تل شنی تحت تاثیر باد مانند امواج اقیانوس شکل بگیرد. این رفتار شبه شاره ناشی از این واقعیت است که بین اجزای تشکیل دهنده آن، یعنی دانه‌های تکی، واقعاً نیروی جاذب وجود ندارد و انرژی‌های برهمکنش وان‌دروالس و غیره در مقایسه با انرژی جنبشی بسیار کوچک هستند (۶ و ۵).

مواد دانه‌ای خشک تحت برش ساده

برای اینکه یک سیستم دانه‌ای را تحت برش قرار دهیم چندین روش وجود دارد. سه روش عمده که برای برش دادن آن مطرح می‌شوند برش ساده، برش مستقیم و برش حلقه‌ای هستند. ما در این مقاله برش ساده را با توجه به چیدمانی که برای این امر طراحی کردیم مورد بررسی قرار می‌دهیم.

در برش ساده (simple shear) در دو بعد، تغییر شکل تنها در یک راستا اعمال میشود و در راستای متعامد، سیستم بدون تغییر باقی میماند و صفحه‌های موازی در آن راستا موازی میمانند و یک فاصله ثابت را حفظ می‌کنند، در حالی که نسبت به یکدیگر انتقال می‌یابند؛ یعنی نیرویی در امتداد سطح نمونه، بدون نیروهای نرمال، عمل کرده و یک مستطیل را به متوازی‌الاضلاع تبدیل می‌کند. به بیان دقیقتر، برش ساده برشی است که فقط ناشی از تنش برشی τ است و تنها مؤلفه‌ی کرنش ناصفر آن، کرنش برشی $\epsilon = \frac{\gamma}{2}$ است (شکل ۱).



شکل ۱: شماتیک تغییر شکل یک نمونه در برش ساده

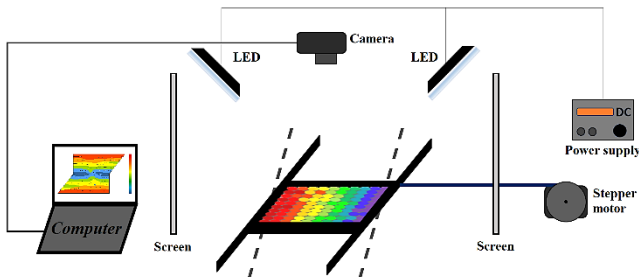
برش ساده به عنوان یک حالت خاص از شرایط کرنش صفحه‌ای تلقی می‌شود. برش ساده به طور مستقیم از دو طرح اساسی برای یک دستگاه برشی ساده حاصل می‌شود، که معمولاً به انواع کمبریج و موسسه ژئوتکنیک نروژ (NGI) معروف است (۷). این دو مدل

هر دو چیدمانی سه بعدی دارند که حجمی از مواد را تحت برش قرار می‌دهند.

در طول یک آزمایش برشی ساده معمولی، تغییر شکل کل نمونه به طور منطقی یکنواخت است و سطح مقطع از یک مستطیل به یک متوازی‌الاضلاع تغییر می‌کند. با جلوگیری از هرگونه تغییر ارتفاع در حین برش، شرط حجم ثابت حاصل می‌شود. چیدمان آزمایش ما در واقع ترکیبی از این دو مدل و بصورت شبه دو بعدی است.

چیدمان آزمایش و روند انجام آن

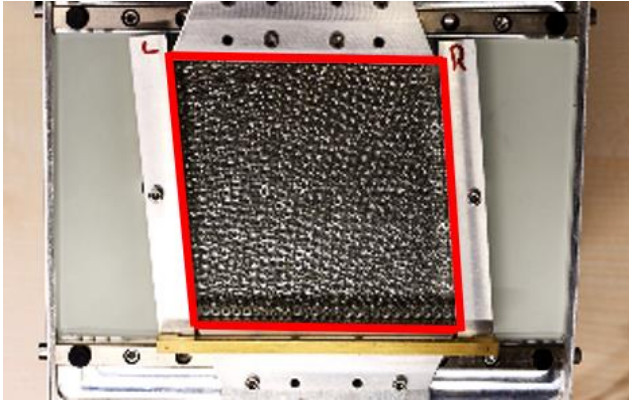
در این چیدمان ما دو صفحه موازی داریم، یکی در پایین و دیگری در بالا. صفحات ثابت هستند و دانه‌ها می‌توانند بین آنها حرکت کنند. یک مرز متوازی‌الاضلاع، دانه‌ها را به صورت عرضی محدود می‌کند. دو دیواره می‌توانند به صورت افقی روی دو ریل ثابت حرکت کنند. دو دیواره‌ی دیگر از وسط لولا شده و ثابت هستند و فقط می‌توانند به موازات یکدیگر بچرخند. به این ترتیب حجم و سطح خالص سامانه ثابت می‌ماند و در نهایت یک کرنش خالص بدون فشرده‌سازی و بدون شارش خالص داریم.



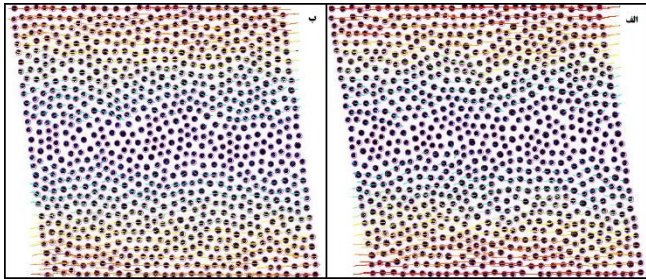
شکل ۲: شماتیک از چیدمان آزمایش، که نحوه‌ی قرارگیری وسایل اصلی مورد استفاده را بیان می‌کند که شامل دوربین، موتور پله‌ای، متوازی‌الاضلاع متحرک، دانه‌های پلی‌استایرن و فولادی، منبع نور DC، پرده و کامپیوتر برای پردازش تصاویر حاصل شده از برش دانه‌ها درون متوازی‌الاضلاع است.

در شکل ۲ نمای شماتیک از چیدمان وسایل آزمایش نمایش داده شده است. یکی از مهم‌ترین کارها در این پروسه، فیلم‌برداری از بالا به هنگام اعمال برش به مواد دانه‌ای است. با این کار می‌توان تحول زمانی دانه‌ها که درون متوازی‌الاضلاع (قسمت مرکزی چیدمان) قرار دارند و با آن جابجا می‌شوند را ضبط و ثبت کرد و با بررسی فریم‌ها نمایه‌ی سرعت دانه‌ها را به دست آورد. سرعت فرآیند آزمایش سریع نیست از این رو ما از دوربین‌هایی با نرخ

فریم کرده و با استفاده از ImageJ دانه‌ها را ردیابی می‌کنیم و یا با اجرای کد PIV در نرم‌افزاری مانند متلب، نمایه‌ی سرعت و جابجایی دانه‌ها را برای هر آزمایش به‌دست می‌آوریم (شکل ۵).



شکل ۴: بخشی اصلی چیدمان آزمایش. دانه‌ها در قسمت متوازی‌الاضلاع که با رنگ قرمز مشخص شده قرار می‌گیرند.

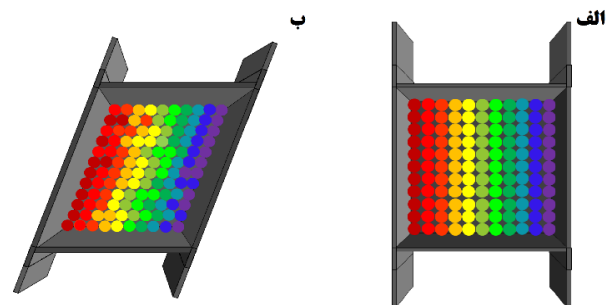


شکل ۵: دو نمونه از نمایه‌ی جابجایی بدست آمده از ردیابی دانه‌ها در پکیدهای مختلف، برای دانه‌های فولادی با قطر ۳mm و ۴mm که با هم مخلوط شده‌اند و در داخل متوازی‌الاضلاع به‌صورت تک لایه ریخته شده‌اند.

نکته‌ای که در اینجا ممکن است مهم به‌نظر برسد؛ نحوه‌ی آرایش دانه‌ها در موقع قرارگیری‌شان در داخل چهارضلعی باشد. چون این پروسه مبتنی بر شبکه‌ی شبه دو بعدی است، لذا در اینجا تنوع پیکربندی‌های موجود برای سه بُعد را نداریم. بطور کلی دو نوع آرایش پکیدهای مربعی و پکیدهای مثلثی برای قرارگیری ذرات کروی شکل در کنار هم وجود دارد که به‌ترتیب درصد کسر پکیدهای آن‌ها ۷۸/۵۴٪ و ۹۰/۶۸٪ است. از آنجایی که ما دانه‌ها را به صورت تصادفی در داخل چهارضلعی قرار دادیم، پکیدهای در آزمایش‌ها به صورت تنگ پکیدهای تصادفی است. در نتیجه درصد پکیدهای در نمونه‌ها، مابین این دو نوع آرایش است.

ساختار میکروسکوپی سیستم دانه‌ای با افزایش تنش برشی به سمت ناهمسانگرد شدن تحول پیدا می‌کند. با بسط فوریه تانسور

فریم معمولی استفاده کردیم. سرعت ۳۰ فریم در ثانیه مناسب می‌باشد ولی کیفیت یا تراکم پیکسلی دوربین مهم می‌باشد زیرا در این پروسه نیاز داشتیم که از دانه‌هایی در ابعاد مختلف بهره ببریم و این شامل دانه‌هایی در ابعاد میلی‌متر می‌شد که تمیز بودن دانه‌ها در تصاویر از اهمیت زیادی برخوردار است. همچنین علاوه بر کیفیت دوربین، نورپردازی مناسب از سطح دانه‌ها لازم است، به صورتی که سایه‌ای اضافی یا نور انعکاسی شدید به وجود نیاید، که باعث دیده نشدن بخشی از حرکت دانه‌ها شود. بخش اصلی چیدمان آزمایش، دیواره‌ها هستند و جنس دیواره‌ها از آلومینیوم هستند. چیدمان آزمایش را طوری طراحی کردیم تا اندازه‌ی دو ضلع بالا و پایینی چیدمان ثابت بماند ولی اندازه‌ی دو ضلع کناری متغیر باشد (شکل ۳). این تغییر با اعمال نیرو به وسیله‌ی موتور پله‌ای که به قسمتی از چیدمان متصل شده است، توسط ریل ایجاد می‌شود و با وارد کردن نیرو به دیواره‌ها باعث حرکت در دانه‌ها می‌شود. دانه‌های مورد استفاده در این آزمایش استوانه‌ای شکل و توخالی و از جنس فولاد هستند. ابعاد قطر دانه‌ها ۳mm و ۴mm هستند.

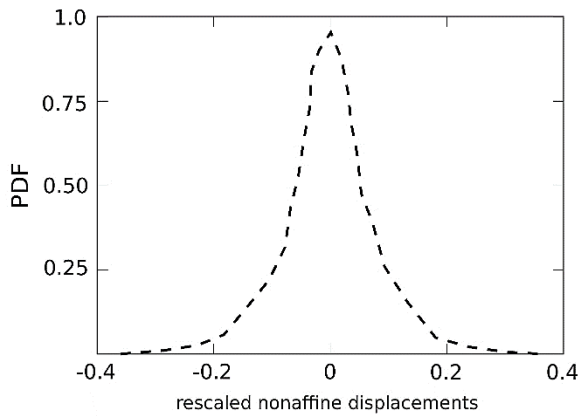


شکل ۳: شماتیکی از چیدمان آزمایش. الف) لحظه‌ی اولیه‌ی آزمایش را نشان می‌دهد که هنوز هیچ برشی به مواد وارد نشده و دانه‌ها در آرامش هستند. ب) جابجایی دانه‌ها در تصویر بر اثر برش قابل مشاهده است.

در تصویر شکل ۴ بخشی از چیدمان اصلی مشاهده می‌شود. در اینجا دیواره‌های ثابت به بلبرینگ‌های خطی-ریل متصل هستند که حرکت به سمت راست و چپ را ممکن می‌سازند.

روند آزمایش را با قرار دادن دانه‌ها درون متوازی‌الاضلاع شروع می‌کنیم، سپس موتور پله‌ای که می‌تواند حرکات را به دو لبه کشویی اعمال کند را حرکت می‌دهیم. اندازه‌ی سرعت‌ها از مرتبه‌ی میلی‌متر بر ثانیه است. هم‌زمان با به حرکت درآمدن موتور، شروع به فیلم‌برداری می‌کنیم. بعد از اتمام کار، فیلم حاصل شده را فریم

میانگین متفاوتی دارند. نکته مهم در مورد این تابع توزیع‌های تفکیک شده بر حسب زاویه این است که شکل گوسی و پهنای تابع توزیع تقریباً از زاویه α مستقل هستند ولی مقدار متوسط تابع توزیع‌ها به α بستگی دارد (شکل ۷).



شکل ۸: تابع توزیع اندازه جابجایی‌های ناهمبسته (بدون بعد شده) برای کرنش‌برشی برابر با ۰/۰۰۵ و روی همه جهت‌ها، تصویر شده در راستای محور x.

با کسر کردن سهم جابجایی‌های همبسته، می‌توان دید که تابع توزیع جابجایی‌های باقی‌مانده که ناشی از حرکات ناهمبسته‌ی دانه‌ها هستند قبل از تفکیک زاویه‌ای فرم گوسی دارند (شکل ۸). در حالی که شکل گوسی و میانگین صفر این تابع توزیع می‌تواند به ماهیت کاملاً تصادفی جابجایی‌های ناهمبسته تعبیر شود، نتایج تفکیک زاویه‌ای شده حرکت ناهمبسته آشکار می‌کنند که پهنای تابع توزیع به زاویه α بستگی دارد و در واقع شکل گوسی تابع توزیع کلی حرکت ناهمبسته از برهم‌نهی توابع گوسی با واریانس‌های متفاوت حاصل شده است.

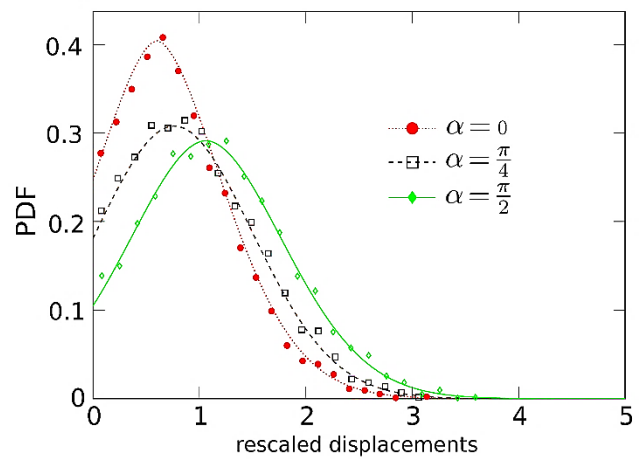
مرجع‌ها

[1] P.G. de Gennes. Granular matter: a tentative view. *Rev. Mod. Phys.* **71**, S374, 1999.
 [2] Heinrich M. Jaeger, Sidney R. Nagel, and Robert P. Behringer. Granular solids, liquids, and gases. *Rev. Mod. Phys.* **68**, 1259, 1996.
 [3] Sidney R. Nagel. Instabilities in a sandpile. *Rev. Mod. Phys.* **64**, 321, 1992.
 [4] Sarah Nowak, Azadeh Samadani Arshad Kudrolli. Maximum angle of stability of a wet granular pile. *Nature Physics* **1**, 50–52, 2005.
 [5] Z. Fournier, D. Geromichalos, S. Herminghaus, M. M. Kohonen, F. Mugele, M. Scheel, M. Schulz, B. Schulz, Ch. Schier, R. Seemann and A. Skudelný. Mechanical properties of wet granular materials. *Journal of Physics: Condensed Matter* **17**, S477-S502, 2005.
 [6] Nathan W. Mueggenburg, Heinrich M. Jaeger and Sidney R. Nagel. Stress transmission through three-dimensional ordered granular arrays. *Physical Review E* **66**, 031304, 2002.
 [7] Zenon Szyzycio Stress-dilatancy for soils. Part I: The frictional state theory. *Studia Geotechnica et Mechanica* **38**, 4, 2016.

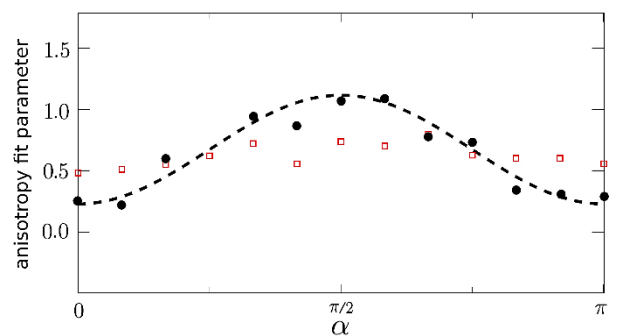
فابریک سیستم تا مرتبه دوم جملات، می‌توان تابع توزیع جهت‌گیری تماس‌های بین دانه‌ها را به شکل زیر توصیف کرد:

$$P(\alpha) = \frac{1}{2\pi} (1 + b(\gamma) \cos(2\alpha))$$

که در آن، α زاویه تماس بین دانه‌های مجاور و b پارامتر آزادی است که به اندازه γ (یعنی کرنش برشی) ربط دارد. در $\gamma = 0$ ، $b = 0$ است و با افزایش تنش برشی، کم‌کم به سمت یک حد نهایی اشباع می‌شود. مثلاً در $\gamma = 0.005$ ، مقدار b به حدود ۰/۰۱۵ می‌رسد.



شکل ۶: تابع توزیع اندازه (بدون بعد شده) جابجایی‌های ذرات برای کرنش‌برشی برابر با ۰/۰۰۵ و تفکیک شده برای سه راستای مختلف نسبت به جهت اصلی اعمال تنش برشی. خطوط نشان دهنده فیت به تابع گوسی هستند.



شکل ۷: تغییرات پارامترهای آزاد ناهمسنگردی در پهنای تابع توزیع گوسی (مربع‌های تو خالی) و اندازه میانگین تابع توزیع (دایره‌های توپر) بر حسب زاویه نسبت به جهت اصلی تنش‌برشی. خط‌چین بهترین فیت به داده‌های دایره‌های توپر را نشان می‌دهد.

تأثیر این بستگی زاویه‌ای در جابجایی‌های دانه‌ها قابل مشاهده است. مثلاً در شکل ۶، در $\gamma = 0.005$ می‌توان مشاهده کرد که جابجایی‌های تفکیک شده در سه زاویه مختلف نسبت به جهت اصلی اعمال تنش‌برشی تقریباً به شکل گوسی توزیع شده‌اند ولی