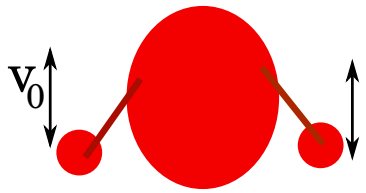
شناگرها_ با یا بدون نیرو؟

علی نجفی
najafi@znu.ac.ir

۲۶ آذر ۱۳۹۶

همیشه این مساله مورد مناقشه است که آیا به شناگرهای هیدرودینامیکی نیروی خالص وارد میشود؟ آیا نیروی خالص از نوع درگ به شناگر وارد میشود؟ اگر نه پس شناگر چطور جلو می رود؟ اگر نیروی خالص وارد میشود، میدان سرعت شارشی که توسط شناگر تولید میشود با قانون $\frac{1}{r}$ افت میکند یا چیز دیگر؟

اجازه دهید موضوع را با تعریف شناگر آغاز کنیم. شناگر موجودی است که با تغییر شکل سطح خود، مثلا با حرکت دست و پا، حرکت خالص رو به جلو کسب می کند. برای شناگرها میتوانیم حالتی را در نظر بگیریم که هیچ نیروی خالصی مثل گرانش از خارج به سامانه‌ی مرکب شناگر + شاره وارد نمیشود. البته حتما نیروی متقابلی بین شاره و شناگر وجود دارد. نیروی وارد شده به شناگر از طرف شاره را با f^H نشان میدهیم. پس تا اینجا مشخص شد که منظور از نیروی خالص صفر چیست. برای درک بهتر موضوع، ساده‌ترین شناگر به شکل زیر است. این شناگر دستهای خود را



به ترتیب و با سرعت نوعی v_0 باز و بسته میکند تا به سرعت متوسط $\mathbf{v}_s = v_s\hat{n}$ برسد. معادله‌ی حرکت مرکز جرم این شناگر به صورت زیر میشود:

$$m\ddot{\mathbf{r}} = f^H,$$

برای شناگرهای ریز مقیاس که عدد رینولدز $Re \ll 1$ کوچک است، از اینرسی میتوان صرفنظر کرد ($m \to 0$). پس معادله‌ی حرکت به شکل ساده‌تر $f^H = 0$ تبدیل می‌شود. اصطلاحا می‌گوییم شناگر ریز مقیاس بدون نیرو است. اکنون سوال این است که مقدار f^H از کجا به دست می‌آید؟ معادلات هیدرودینامیکی شاره به قرار زیر است:

$$\eta\nabla^2\mathbf{u} - \nabla p = 0, \quad \mathbf{u}|_s = v_0, \quad \mathbf{u}|_\infty = -\mathbf{v}_s,$$

با حل این معادلات میدان سرعت و از آنجا تانسور تنش به دست می‌آید. لازم است تا دقت کنیم که معادلات بالا به صورت نمادین نوشته شده است. برای شناگر واقعی بازوها با سرعت وابسته به زمان حرکت رفت‌وبرگشتی انجام می‌دهند. برای این مساله واقعی، باید روی دوره‌ی حرکتهای رفت‌وبرگشتی متوسط گیری شود. بر حسب تانسور تنش، نیروی هیدرودینامیکی را میتوانیم به صورت $f^H = \oint_s \sigma \cdot d\mathbf{s}$ بنویسیم که انتگرال روی سطح لحظه‌ای شناگر گرفته می‌شود. البته واضح است که به سبب خطی بودن معادلات حرکت، جواب این محاسبه باید به صورت خطی به v_0 و $\mathbf{v}_s$ وابسته باشد:

$$f^H = -\zeta_d\mathbf{v}_s - \zeta_s v_0\hat{n},$$

که در آن ζ_d و ζ_s ضرایب هیدرودینامیکی وابسته به شکل شناگر هستند که از حل معادلات به دست می‌آیند. در اینجا $\mathbf{f}_d = -\zeta_d\mathbf{v}_s$ نیروی درگ وارد بر شناگر و $\mathbf{f}_s = -\zeta_s v_0\hat{n}$ نیروی شناگری است. چون $\mathbf{f}^H = 0$ پس $\mathbf{f}_s = -\zeta_d v_s\hat{n}$.

میدان سرعت شناگر در فواصل دور از آن چگونه بر حسب فاصله افت میکند؟ میدان سرعت ناحیه‌ی دور هر موجود هیدرودینامکی را می‌توانیم بر حسب ممان‌های مراتب مختلف نیروی هیدرودینامیکی بسط دهیم. چون نیروی خالص هیدرودینامیکی صفر است، باید اولین ممان مخالف صفر را بیابیم. اگر اولین ممان مخالف صفر، ممان اول یعنی گشتاور نیروی هیدرودینامیکی باشد، در این صورت میدان سرعت به صورت میدان دوقطبی نیرو و به شکل $\frac{1}{r^2}$ بر حسب فاصله از شناگر افت می‌کند.

اکنون میتوانیم در مورد معادله‌ی حرکت یک شناگر بی‌اینرسی وقتی که تحت تاثیر نیروی خارجی $\mathbf{f}^e$ است را بنویسیم. معادله‌ی حرکت در حد $Re \to 0$ به صورت زیر است:

$$\mathbf{f}^H + \mathbf{f}^e = 0 \;\to\; \frac{d}{dt}\mathbf{r} = v_s\hat{n} + \zeta_d^{-1}\mathbf{f}^e.$$